

## 텐서란 무엇인가?

텐서란 스칼라 벡터 행렬 같은 것들을 일반화한 개념이다. 텐서는 입자 물리나 아인슈타인의 일반상대성이론에서 아주 중요한 역할을 한다. 텐서가 무엇인지 설명하기 위해 행렬이 무엇이었는지 한 번 잡고 넘어가자. 행렬은 첨자가 두 개이고, 행렬의 원소들은 다음과 같이 이차원 평면에 쓰여질 수 있다.

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (1)$$

보는 바와 같이 행렬은 첨자 두 개 즉  $i$ 와  $j$ 가 있다. (이  $i$ 와  $j$ 는 1,2,3 중의 어느 값이든 가질 수 있다.) 그리고 이 예에서 볼 수 있듯이  $n \times n$  행렬은  $n^2$ 의 원소가 있음을 알 수 있다. (이 예에서는  $n$ 이 3이다.) 행렬은 첨자가 두 개있으므로 rank 2 텐서라고 한다.

마찬가지로, 벡터는 첨자가 딱 한 개가 있고, 그 원소들은 일차원 적인 선에 놓여질 수 있다. 즉,

$$v^i = ( v^1 \quad v^2 \quad v^3 ) \quad (2)$$

위에서 보듯이  $n$ 차원에서 벡터는  $n^1$ 개수 만큼의 원소가 있다. 그래서 벡터를 rank-1 텐서라고 한다.

마찬가지로, 스칼라는 꼭 1개의 원소만 있다. 다시 말해  $n^0$ 개수 만큼의 원소가 있다. 그래서 스칼라를 rank-0 텐서라고 한다.

그럼 rank 3 텐서는 무엇일까? 지금까지의 예를 보면 독자들은 이것도 무엇인지 명확히 추측할 수 있을 것이다. 이건 마치 행렬 같은 건데 두 개의 첨자 대신 세 개의 첨자가 있는 것이다. 즉  $T_{ijk}$  로 표시되며 여기서  $i, j, k$  는 각각 1부터  $n$ 까지의 정수중 특정한 값을 갖는다. 다시 말해  $n \times n \times n$  짜리 "행렬"이라고 볼 수 있으며,  $n^3$  만큼 개수의 원소를 가지고 있다. 그리고 2차원 공간에 자연스럽게 나열하는 방법은 없어도 3차원 공간에서는 그 원소들을 자연스럽게 나열할 수 있을 것이다.

지금까지 내용을 잘 이해했다면 rank  $r$  텐서가 무엇인지는 뭔지 쉽게 추측할 수 있을 것이라고 믿는다. 아인슈타인의 일반상대성 이론에서는 공간의 곡률이 rank 4 텐서로 표시된다.